

Matemáticas

Nivel medio

Prueba 2

Jueves 12 de noviembre de 2015 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



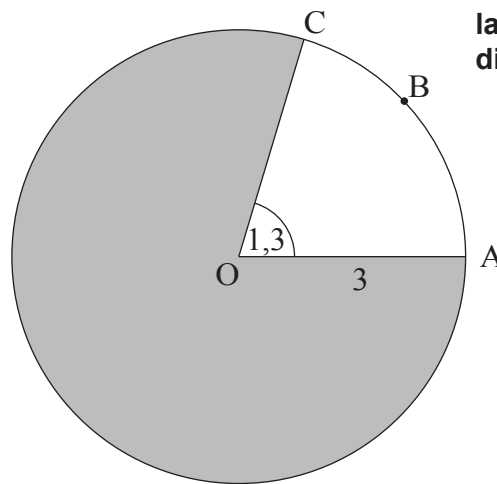
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio 3 cm.



la figura no está
dibujada a escala

Los puntos A, B, y C pertenecen a la circunferencia y $\widehat{AOC} = 1,3$ radianes.

(a) Halle la longitud del arco ABC. [2]

(b) Halle el área de la región sombreada. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 1: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

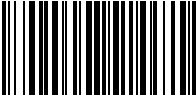
.....

.....

.....

.....

.....



12EP03

Véase al dorso

2. [Puntuación máxima: 5]

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta X .

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,15	k	0,1	$2k$

(a) Halle el valor de k . [3]

(b) Halle $E(X)$. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

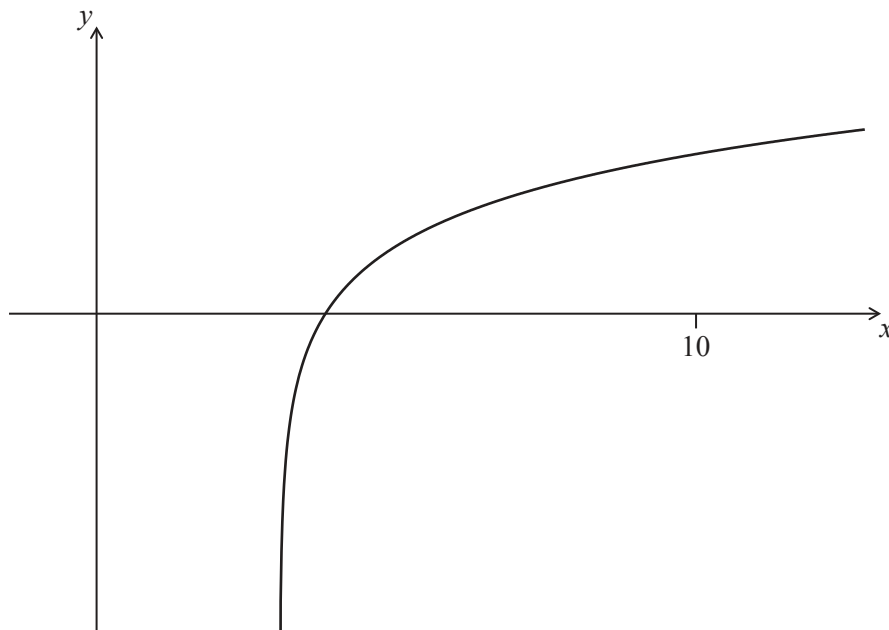
.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

Sea $f(x) = 2 \ln(x - 3)$, para $x > 3$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f .



- (a) Halle la ecuación de la asíntota vertical del gráfico de f . [2]
- (b) Halle la intersección del gráfico de f con el eje x . [2]
- (c) La región delimitada por el gráfico de f , el eje x y la recta $x = 10$ se rota 360° alrededor del eje x . Halle el volumen del sólido de revolución así generado. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP05

Véase al dorso

4. [Puntuación máxima: 7]

Los tres primeros términos de una progresión geométrica son $u_1 = 0,64$, $u_2 = 1,6$ y $u_3 = 4$.

(a) Halle el valor de r . [2]

(b) Halle el valor de S_6 . [2]

(c) Halle el menor valor de n para el cual $S_n > 75\,000$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP06

5. [Puntuación máxima: 7]

Sean C y D sucesos independientes, con $P(C) = 2k$ y $P(D) = 3k^2$, donde $0 < k < 0,5$.

- (a) Escriba una expresión para $P(C \cap D)$ en función de k . [2]
- (b) Sabiendo que $P(C \cap D) = 0,162$, halle k . [2]
- (c) Halle $P(C' | D)$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

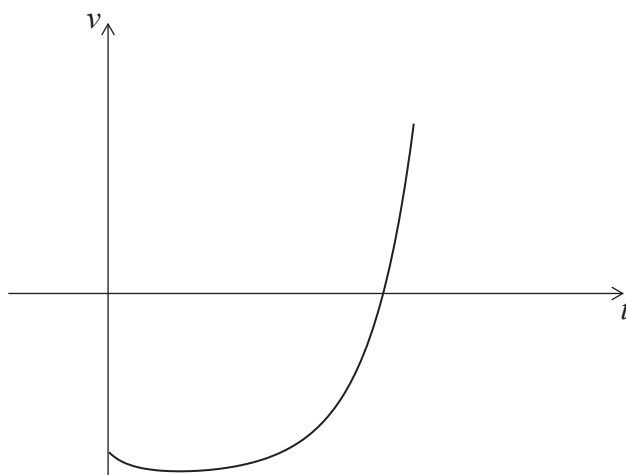


6. [Puntuación máxima: 6]

La velocidad $v \text{ m s}^{-1}$ de una partícula en el instante t segundos viene dada por

$$v(t) = (0,3t + 0,1)^2 - 4, \text{ para } 0 \leq t \leq 5.$$

La siguiente figura muestra el gráfico de v .



(a) Halle el valor de t para el cual la partícula está en reposo. [3]

(b) Halle el valor de t para el cual la aceleración de la partícula es igual a 0. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 8]

Sea $f(x) = \ln(x^2)$, para $x \neq 0$.

(a) Muestre que $f'(x) = \frac{2}{x}$. [2]

(b) La tangente al gráfico de f en el punto $P(d, f(d))$ pasa por otro punto $Q(1, -3)$. Halle el valor de d . [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



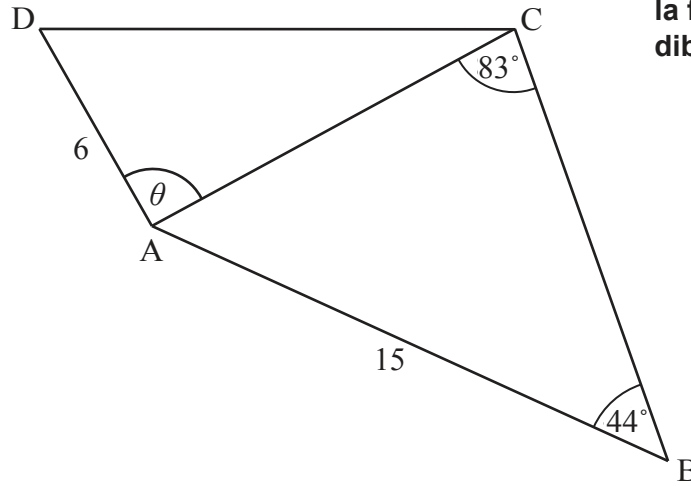
No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 14]

La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD.



la figura no está dibujada a escala

$$AD = 6 \text{ cm}, AB = 15 \text{ cm}, \hat{ABC} = 44^\circ, \hat{ACB} = 83^\circ \text{ y } \hat{DAC} = \theta$$

(a) Halle AC. [3]

(b) Halle el área del triángulo ABC. [3]

El área del triángulo ACD es la mitad del área del triángulo ABC.

(c) Halle los posibles valores de θ . [5]

(d) Sabiendo que θ es obtuso, halle CD. [3]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 16]

Un grupo ecologista va anotando el número de coyotes y de zorros que hay en una reserva natural al cabo de t años, empezando el 1 de enero de 1995.

Sea c el número de coyotes que hay en la reserva al cabo de t años. La siguiente tabla muestra el número de coyotes que hay al cabo de t años.

años transcurridos (t)	0	2	10	15	19
número de coyotes (c)	115	197	265	320	406

La relación entre estas variables se puede modelizar mediante la ecuación de regresión $c = at + b$.

- (a) Halle el valor de a y el de b . [3]
- (b) Utilice la ecuación de regresión para estimar el número de coyotes que había en la reserva cuando $t = 7$. [3]

Sea f el número de zorros que hay en la reserva al cabo de t años. Este número de zorros se puede modelizar mediante la ecuación $f = \frac{2000}{1 + 99e^{-kt}}$, donde k es una constante.

- (c) Halle el número de zorros que había en la reserva el 1 de enero de 1995. [3]
- (d) Cinco años después, en la reserva había 64 zorros. Halle k . [3]
- (e) ¿Durante qué año el número de coyotes fue el mismo que el número de zorros? [4]



12EP11

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

Las masas de las sandías que se cultivan en una determinada granja siguen una distribución normal, de media igual a 10 kg. Las sandías se catalogan como pequeñas, medianas o grandes.

Una sandía se considera pequeña si su masa es inferior a 4 kg. Un cinco por ciento de las sandías se catalogan como pequeñas.

(a) Halle la desviación típica de las masas de las sandías. [4]

La siguiente tabla muestra qué porcentaje de las sandías cultivadas en esa granja son pequeñas, medianas y grandes.

pequeñas	medianas	grandes
5%	57%	38%

Una sandía se considera grande si su masa es superior a w kg.

(b) Halle el valor de w . [2]

Todas las sandías medianas y grandes se envían a un tendero de una tienda de alimentación.

(c) El tendero escoge al azar una sandía de **este** envío. Halle la probabilidad de que sea mediana. [3]

(d) El tendero vende todas las sandías medianas a \$1,75 la unidad y todas las sandías grandes a \$3,00 la unidad. Los gastos que tiene que pagar por este envío son de \$300 y el beneficio total que obtiene es de \$150. Halle el número de sandías que había en el envío. [5]

